



Nome: _____ Nº: _____ Turma: _____

Prof: Marcelo Felix

____/____/____

Fatoração

Fatorar um polinômio é escrevê-lo em forma de um produto de polinômios mais simples. Portanto, fatorar um polinômio é o mesmo que decompô-lo em fatores.

Para isso existem técnicas que serão mostradas a seguir.

1º caso: Trinômio quadrado perfeito

$$\begin{array}{c} \text{a) } x^2 \quad \boxed{+} \quad 2xy \quad + \quad y^2 = (x \boxed{+} y)^2 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ x \quad \boxed{2 \cdot x \cdot y} \quad y \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{b) } x^2 \quad + \quad y^2 \quad \boxed{-} \quad 2xy = (x \boxed{-} y)^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ x \quad y \quad \boxed{2 \cdot x \cdot y} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{c) } x^2 \quad \boxed{+} \quad 4x \quad + \quad 4 = (x \boxed{+} 2)^2 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ x \quad \boxed{2 \cdot 2 \cdot x} \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{d) } x^4 \quad \boxed{+} \quad 2x^2y^2 \quad + \quad y^4 = (x^2 \boxed{+} y^2)^2 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ x^2 \quad \boxed{2 \cdot x^2 \cdot y^2} \quad y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{e) } 9 \quad + \quad 25b^2 \quad \boxed{-} \quad 30b = (3 \boxed{-} 5b)^2 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 3 \quad 5b \quad \boxed{2 \cdot 3 \cdot 5b} \end{array}$$

Tente sozinho:

a) $x^2 + 2ax + a^2 =$

b) $x^2 - 2ax + a^2 =$

c) $x^2 - 12x + 36 =$

d) $4x^2 + 4xy + y^2 =$

e) $a^2 - 20a + 100 =$

f) $25x^2 + 36y^2 - 60xy =$

g) $4x^2 + 49 + 28x =$

h) $x^2 - 2x + 1 =$

i) $x^2 - 4x + 4 =$

j) $9a^2 + 12a + 4 =$

2º caso: Diferença de dois quadrados

a) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

↓ ↓
a b

b) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

↓ ↓
x 3

c) $y^2 - 16 = (y + 4)(y - 4)$

↓ ↓
y 4

d) $25 - m^2 = (5 + m)(5 - m)$

↓ ↓
5 m

e) $x^4 - 4 = (x^2 + 2)(x^2 - 2)$

↓ ↓
 x^2 2

Tente sozinho:

a) $m^2 - 16 =$

b) $4x^2 - 1 =$

c) $25 - 9x^2 =$

d) $m^2 - 49 =$

e) $100 - 64a^2 =$

f) $a^2 - b^2 =$

g) $25a^2 - 81b^2 =$

h) $x^2y^2 - z^4 =$

i) $1 - 9z^2 =$

j) $t^2 - 121z^2 =$

3º caso: Fator comum = Colocar em evidência

a) $ax + ay + az = a(x + y + z)$

b) $2x + 4y = 2(x + 2y)$

c) $6x + 8y = 2(3x + 4y)$

d) $ax^2 + ax^3 + a^2x^4 = ax^2(1 + x + ax^2)$

e) $12a^3x^2 + 6a^2x^3 - 18ax^4 = 6ax^2(2a^2 + ax - 3x^2)$

Tente sozinho:

a) $x^2 + x =$

b) $3a^2 + 12a^7 =$

c) $2a^3 + 6a^5 =$

d) $4x^2 + 8x^3 - 12x^5 =$

e) $am + an =$

f) $4x - 8 =$

g) $3ax - 7ay =$

h) $6m^2 - 4m^3 + 8m^5 =$

i) $a^2b - ab^2 =$

j) $20a^2 - 12a^3 - 4a^4 =$

4º caso: Agrupamento

$$a) \underbrace{ax + bx}_{\text{parcela}} + \underbrace{ay + by}_{\text{parcela}} = \underbrace{x(a + b)}_{\text{parcela}} + \underbrace{y(a + b)}_{\text{parcela}} = \underbrace{(a + b)}_{\text{fator}} \underbrace{(x + y)}_{\text{fator}}$$

$$b) \underbrace{ax - a}_{\text{parcela}} - \underbrace{3x + 3}_{\text{parcela}} = \underbrace{a(x - 1)}_{\text{parcela}} - \underbrace{3(x - 1)}_{\text{parcela}} = \underbrace{(a - 3)}_{\text{fator}} \underbrace{(x - 1)}_{\text{fator}}$$

$$c) \underbrace{x^2 + xy}_{\text{parcela}} - \underbrace{x - y}_{\text{parcela}} = \underbrace{x(x + y)}_{\text{parcela}} - \underbrace{1(x + y)}_{\text{parcela}} = \underbrace{(x + y)}_{\text{fator}} \underbrace{(x - 1)}_{\text{fator}}$$

Outra maneira de agrupamento

$$x^2 + xy - x - y = \underbrace{x(x - 1)}_{\text{parcela}} + \underbrace{y(x - 1)}_{\text{parcela}} = \underbrace{(x - 1)}_{\text{fator}} \underbrace{(x + y)}_{\text{fator}}$$

$$d) \underbrace{ax - mx}_{\text{parcela}} + \underbrace{ay - my}_{\text{parcela}} = (x + y)(a - m) \\ x(a - m) + y(a - m)$$

Tente sozinho:

a) $a^2 + ab + ac + bc =$

b) $ax - bx + ay - by =$

c) $xy + 2x - 2y - 4 =$

d) $ab - an + bm - mn =$

e) $x^2 + ax + bx + ab =$

f) $mp + np - mq - nq =$

g) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20 =$

h) $m^4 + 7m^3 - 6m - 42 =$

i) $ax + bx + cx + ay + by + cy =$

j) $ax - ay + x - y =$

5º caso: Trinômio do tipo $x^2 + Sx + P$

$$\begin{array}{c} x^2 + Sx + P = (x + a) \cdot (x + b) \rightarrow \text{produto de Stevin} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{soma} \quad \text{produto} \end{array}$$

Para fatorar um trinômio desse tipo devemos encontrar dois números inteiros a e b tais que $a + b = S$ e $a \cdot b = P$

$$\begin{array}{c} \text{a) } x^2 + \boxed{5}x + \boxed{6} = (x + 2)(x + 3) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{SOMA} \quad \text{PRODUTO} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \text{ e } 6 \\ \hline 2 \text{ e } 3 \end{array}$$

$$\text{b) } x^2 \boxed{-5}x \boxed{+6} = (x - 2)(x - 3)$$

$$\text{c) } x^2 \boxed{-7}x \boxed{+6} = (x - 6)(x - 1)$$

$$\text{d) } a^2 + 13a + 42 = (a + 6)(a + 7)$$

$$\text{e) } y^2 + 5y - 36 = (y + 9)(y - 4)$$

Tente sozinho:

$$\text{a) } x^2 + 5x - 50 =$$

$$\text{b) } x^2 + 6x + 5 =$$

$$\text{c) } x^2 - 8x - 20 =$$

$$\text{d) } x^2 - 2x - 15 =$$

$$\text{e) } x^2 - 2x - 35 =$$

$$\text{f) } x^2 - 6x - 16 =$$

$$\text{g) } x^2 + 13x + 30 =$$

$$\text{h) } x^2 - 7x + 12 =$$

$$\text{i) } x^2 + 12x + 32 =$$

$$\text{j) } x^2 - 14x + 33 =$$

Casos combinados de fatoração

a) $8a^2 - 8b^2 = 8(a^2 - b^2) = 8(a + b)(a - b)$ (FC e DQ)

b) $x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$ (DQ e DQ)

c) $2x^2 + 4xy + 2y^2 = 2(x^2 + 2xy + y^2) = 2(x + y)^2$ (FC e TQP)

d) $8a^2 + 2b^2 - 8ab = 2(4a^2 + b^2 - 4ab) = 2(2a - b)^2$ (FC e TQP)

e) $ax^2 - 7ax + 6a = a(x^2 - 7x + 6) = a(x - 6)(x - 1)$ (FC e TSP)

Tente sozinho:

a) $5a^2 - 45 =$

f) $2x^2 - 20x + 50 =$

b) $3x^2 - 9x + 6 =$

g) $m^4 - n^4 =$

c) $4m^2 - 4n^2 =$

h) $a^8 - 1 =$

d) $2x^2 - 16x - 40 =$

i) $x^5 - 9x^3 =$

e) $3x^2 + 36x + 108 =$

j) $2a^2 + 12ab + 18b^2 =$

Aplicações da Fatoração

1. Calcule x em cada equação:

a) $x^2 = 4x$

b) $3x^2 = 6x$

c) $2x^2 = 5x$

d) $25x = 4x^2$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0$

f) $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$

2. Que número é igual à metade do seu quadrado?

3. Que número é igual ao quádruplo do seu cubo?