COLÉGIO SÃO VICENTE DE PAULO

3º ANO | EM | Matemática II

Aluno (a): ______________________ nº: ______

Professor (a): RAPHAEL LIMA Data: ___/___/___ Turma: ______

Gabarito da Lista 18

Resposta da questão 1:
[D]

É fácil ver que os andares $1, 7, 13, 19, \ldots, a_{20},$ com a_{20} sendo o último andar do edifício, foram aqueles que receberam reparos de João e Pedro. Portanto, como tal sequência é uma progressão aritmética de razão 6 e primeiro termo $1,$ temos $a_{20} = 1 + 19 \cdot 6 = 115.$

Resposta da questão 2:
[C]

Tem-se que $y = -(x-3)(x+3),$ em que as raízes são -3 e $3.$ Ademais, a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0, 9).$
A resposta é dada por

$$\frac{2}{3} \cdot (3-(-3)) \cdot 9 = 36\,\text{m}^2.$$

Resposta da questão 3:
[C]

A vazão total entre $1\,\text{h}$ e $3\,\text{h}$ é dada por $\left|\frac{0-5.000}{3-1}\right| = 2.500\,\text{L/h},$ enquanto que a vazão na primeira hora é $\left|\frac{5.000-6.000}{1-0}\right| = 1.000\,\text{L/h}.$ Portanto, a vazão da segunda bomba é igual a $2.500 - 1.000 = 1.500\,\text{L/h}.$

Resposta da questão 4:
[A]

Seja $p: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $p(t) = at + b,$ em que $p(t)$ é a porcentagem relativa à capacidade máxima do reservatório após t meses. Logo, tomando os pontos $(6, 10)$ e $(1, 30),$ segue que a taxa de variação é dada por

$$a = \frac{10-30}{6-1} = -4.$$

Em consequência, vem

$$p(1) = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + b = 30 \Leftrightarrow b = 34.$$

Portanto, temos $-4t + 34 = 0,$ implicando em $t = 8{,}5.$
A resposta é $8{,}5 - 6 = 2{,}5$ meses, ou seja, 2 meses e meio.

Resposta da questão 5:
[B]

Para que o reservatório tenha uma vazão constante de enchimento é necessário que as vazões de entrada e de saída sejam constantes. Tal fato ocorre no intervalo de 5 a 10 minutos.

Resposta da questão 6:
[E]

A cada 24 horas tem-se 2 pontos de interseção dos gráficos, conforme as condições estabelecidas. Portanto, em uma semana o valor do parâmetro será igual a $2 \cdot 7 = 14.$

Resposta da questão 7:
[D]

A temperatura, $T,$ da liga após t horas é dada por $T = 3.000 \cdot (0{,}99)^{2t}.$ Por conseguinte, o tempo necessário para que a temperatura da liga atinja $30\ ^\circ C$ é tal que

$$\begin{aligned} 3.000 \cdot (0{,}99)^{2t} = 30 &\Leftrightarrow \left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \frac{1}{100} \\ &\Leftrightarrow \log\left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \log 10^{-2} \\ &\Leftrightarrow 2t \cdot (2 \cdot \log 3 + \log 11 - 2 \cdot \log 10) = -2 \\ &\Rightarrow t \cdot (2 \cdot 0{,}477 + 1{,}041 - 2) \cong -1 \\ &\Rightarrow t \cong \frac{1}{0{,}005} \\ &\Rightarrow t \cong 200. \end{aligned}$$

Resposta da questão 8:
[A]

Desde que o número de maneiras de escolher dois tenistas quaisquer é $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!},$ e o número de modos de escolher dois tenistas canhotos é $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!},$ tem-se que o resultado é dado por $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}.$

Resposta da questão 9:
[E]

Existem $10 \cdot 10 = 10^2$ maneiras de escolher os dois algarismos e $52 \cdot 52 = 52^2$ maneiras de escolher as letras. Definidos os caracteres da senha, podemos dispô-los de $P_4^{(2,\,2)} = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$ modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}.$

Resposta da questão 10:
[C]

Existem apenas duas opções favoráveis de percurso, quais sejam: uma no sentido horário e outra no sentido anti-horário. Logo, segue que a resposta é dada por

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{24}.$$

Resposta da questão 11:
[E]

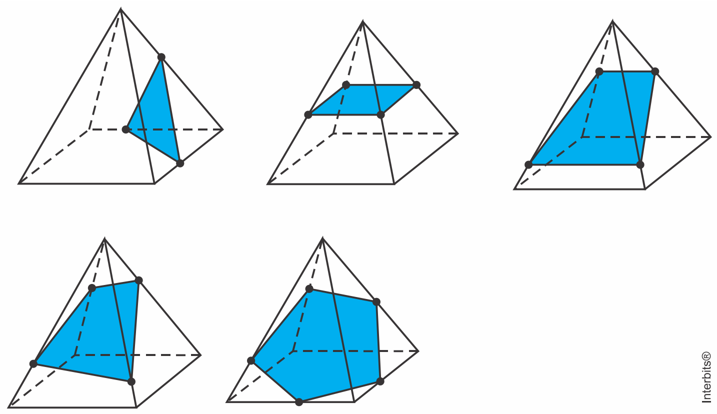
Desde que o arco AB pertence a um plano paralelo a $\alpha,$ sua projeção ortogonal sobre α também é um arco. Ademais, como B e C não são simétricos em relação ao plano que contém o equador e o arco BC pertence a um plano perpendicular a α, sua projeção ortogonal sobre α é um segmento de reta. Em consequência, a melhor representação é a da alternativa [E].

Resposta da questão 12:
[C]

Observando que as pernas da cadeira irão assumir a posição vertical, e que há uma travessa horizontal unindo cada par de pernas, podemos concluir que a alternativa [C] é a que melhor representa a vista lateral de uma cadeira fechada.

Resposta da questão 13:
[E]

Supondo que quadriláteros irregulares e trapézios sejam polígonos distintos, tem-se que as possibilidades são: triângulos, quadrados, trapézios, quadriláteros irregulares e pentágonos, conforme as figuras abaixo.



Resposta da questão 14:
[B]

O raio da circunferência que passa pelos pontos B e F, com centro em O, é dado por $\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}\text{ km}\cong 1.400\text{ m}.$

Em consequência, o tempo via segmento de reta é igual a $2\cdot 1.400\cdot 1=2.800\text{ h},$ e o tempo via semicircunferência é $\pi\cdot 1.400\cdot 0,6\cong 2.520\text{ h}.$

A resposta é, portanto, 2.520 horas.

Resposta da questão 15:
[C]

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0,0)$ e $(6,12)$ é $\frac{12}{6}=2.$ Portanto, sendo $\frac{16}{4}=4$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0,0)$ e $(4,16),$ podemos concluir que o coeficiente angular deverá aumentar em $4-2=2$ unidades.