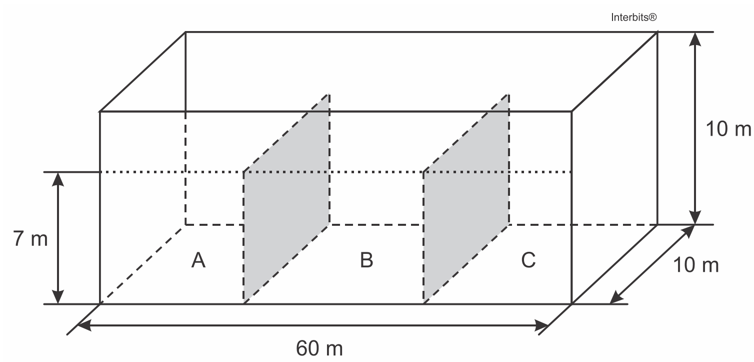
Aluno(a): ______________________________ nº: _______
Professor: RAPHAEL LIMA Data: ____/____/______ Turma: _________

Lista 14

1. (Enem 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por $60\text{ m} \times 10\text{ m}$ de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.
Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de
a) $1,4 \times 10^3\text{ m}^3$
b) $1,8 \times 10^3\text{ m}^3$
c) $2,0 \times 10^3\text{ m}^3$
d) $3,2 \times 10^3\text{ m}^3$
e) $6,0 \times 10^3\text{ m}^3$

2. (Enem 2015) Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1.000 cm^3 e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm^3, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é
a) $450.$
b) $500.$
c) $600.$
d) $750.$
e) $1.000.$

3. (Enem 2015) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada.

Utilize $3,0$ como aproximação para π.

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?
a) $0,5$
b) $1,0$
c) $2,0$
d) $3,5$
e) $8,0$

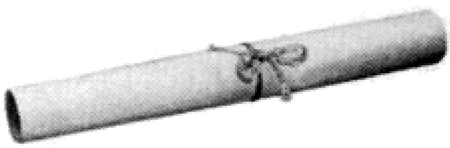
4. (Enem 2014) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala $1:100$, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será
a) 6.
b) 600.
c) 6.000.
d) 60.000.
e) $6.000.000$.

5. (Enem 2014) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é
a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{8}{7}$
d) $\frac{8}{9}$
e) $\frac{9}{8}$

6. (Enem 2014) Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira de diâmetro d em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.

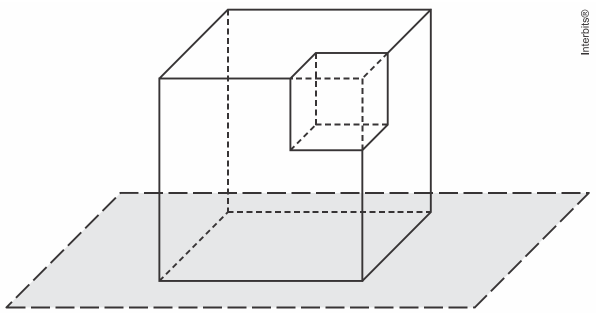


Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível.

Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

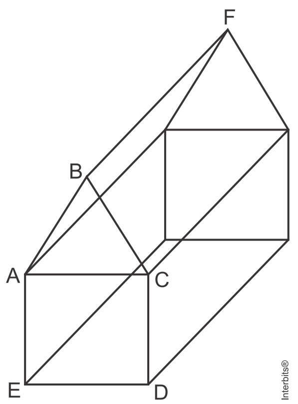
a) πd
b) $2\pi d$
c) $4\pi d$
d) $5\pi d$
e) $10\pi d$

7. (Upe-ssa 2 2017) Um sólido foi construído removendo-se um cubo menor de um cubo maior, como mostra a figura a seguir. Se a diferença entre as medidas das arestas dos dois cubos é de 4 cm e a medida do volume do sólido é 208 cm^3, qual a medida da área lateral da superfície do sólido?



a) 136 cm^2
b) 144 cm^2
c) 160 cm^2
d) 204 cm^2
e) 216 cm^2

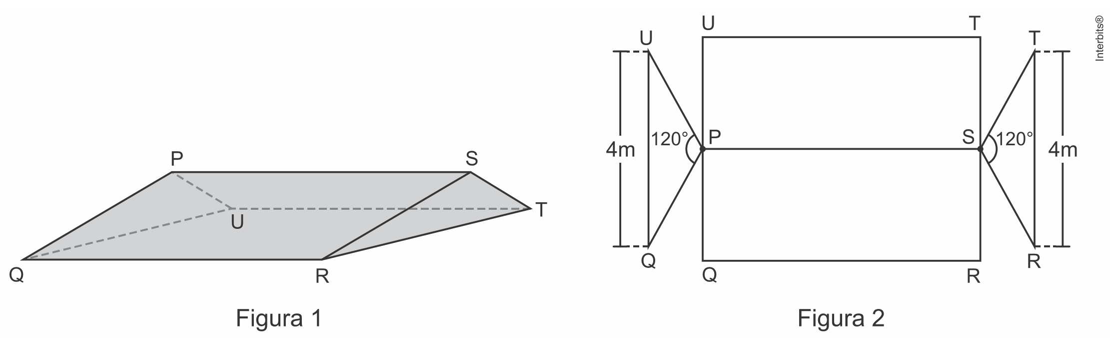
8. (Ueg 2017) Na figura a seguir, os pontos A, B, C formam um triângulo equilátero de lado x, os pontos A, C, D, E um quadrado e o segmento BF é o dobro do tamanho de CD.



Considerando-se os dados apresentados, verifica-se que a distância do ponto F ao ponto E é

a) $\dfrac{x^2\sqrt{3}}{2}$
b) $\dfrac{x^2(\sqrt{3}-1)}{2}$
c) $x^2+\sqrt{3}x$
d) $\dfrac{4x^2\sqrt{3x}}{2}$
e) $x^2(8+\sqrt{3})$

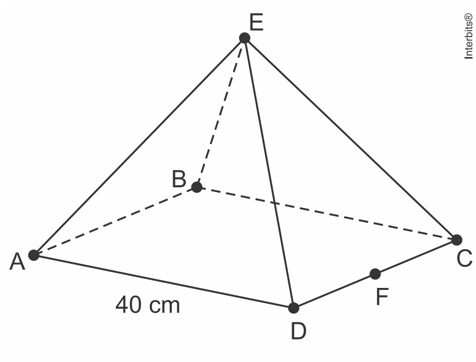
9. (Ebmsp 2017) Uma pesquisa realizada durante 75 anos nos Estados Unidos mostrou que não é uma carreira de sucesso, a fama ou os bens adquiridos durante a vida a fórmula da felicidade para uma jornada tranquila. Segundo o estudo, as pessoas que participam de grupos sociais, se relacionam bem com a família, com os amigos e com a comunidade são mais felizes, fisicamente mais saudáveis e vivem mais tempo do que as pessoas que têm menos relações sociais.



Uma pessoa para realizar um evento ao ar livre, com familiares e amigos, está planejando instalar um toldo cuja cobertura tem a forma do sólido, de volume igual a $\frac{20\sqrt{3}}{3}\ m^3$, representado na figura 1.

Com base nessa informação, calcule a área total da planificação dessa cobertura, constituída por dois retângulos congruentes e dois triângulos, representada na figura 2.

10. (Ufu 2017) Um designer de jogos virtuais está simulando alguns deslocamentos associados com uma pirâmide quadrangular regular, em que o lado do quadrado da base mede 40 cm.



(Figura ilustrativa e sem escalas)

Ele simula a trajetória de um lagarto pelas faces da pirâmide. Inicialmente o lagarto desloca-se de A até E e, posteriormente, de E até F, em que F é o ponto médio de CD. Cada um desses dois trechos da trajetória ocorre em linha reta.

A projeção perpendicular dessa trajetória em $ABCD$, presente no plano da base da pirâmide, descreve uma curva R, a qual é a união de dois segmentos.

Nessas condições, o comprimento de R, em cm, é igual a

a) $20\sqrt{2}$
b) $40\sqrt{2}$
c) $40(1+\sqrt{2})$
d) $20(1+\sqrt{2})$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

O volume total de petróleo contido no reservatório é igual a

$$60 \times 10 \times 10 = 6{,}0 \times 10^3\ \text{m}^3.$$

Desse volume, após o vazamento, restarão apenas

$$\frac{2}{3} \times 60 \times 10 \times 7 = 2{,}8 \times 10^3\ \text{m}^3.$$

Em consequência, a resposta é

$$6{,}0 \times 10^3 - 2{,}8 \times 10^3 = 3{,}2 \times 10^3\ \text{m}^3.$$

Resposta da questão 2:
[C]

Seja v o volume da mistura sabor morango que será colocado na embalagem. Tem-se que

$$1{,}25 \cdot (1000 + v) \leq 20 \cdot 10 \cdot 10 \Leftrightarrow v \leq 600\,\text{cm}^3.$$

Portanto, a resposta é $600\,\text{cm}^3$.

Resposta da questão 3:
[C]

O volume da cisterna é igual a $\pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot 3 \cong 9\ \text{m}^3.$ Mantendo a altura, o raio r da nova cisterna deve ser tal que $81 = \pi \cdot r^2 \cdot 3,$ ou seja, $r \cong 3\ \text{m}.$ Em consequência, o aumento pedido deve ser de, aproximadamente, $3 - 1 = 2\ \text{m}.$

Resposta da questão 4:
[E]

Seja V o volume real do armário.

O volume do armário, no projeto, é $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6\,\text{cm}^3.$ Logo, temos $\frac{6}{V} = \left(\frac{1}{100}\right)^3 \Leftrightarrow V = 6.000.000\,\text{cm}^3.$

Resposta da questão 5:
[D]

Sejam x, y e $z,$ respectivamente, a altura, a espessura e a largura da porta original. Logo, segue que o volume da porta original é igual a $x \cdot y \cdot z.$

Aumentando-se em $\frac{1}{8}$ a altura da porta e preservando a espessura, deve-se ter, a fim de manter o custo com o material,

$$\frac{9x}{8} \cdot y \cdot z_1 = x \cdot y \cdot z \Leftrightarrow z_1 = \frac{8z}{9},$$

com z_1 sendo a largura da nova porta.

Portanto, a razão pedida é $\frac{z_1}{z} = \frac{8}{9}.$

Resposta da questão 6:
[D]

O lado da folha de papel corresponde ao quíntuplo do comprimento da base do cilindro, ou seja, $5\pi d.$

Resposta da questão 7:
[B]

Medida da aresta do cubo maior: $x + 4$
Medida da aresta do cubo menor: x
Como a diferença entre os volumes é de $208 \text{ cm}^3,$ podemos escrever que:

$$(x+4)^3 - x^3 = 208$$
$$x^3 + 12x^2 + 48x + 64 - x^3 = 208$$
$$12x^2 + 48x - 144 = 0$$
$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Resolvendo a equação, temos:
$x = -6$ ou $x = 2.$

Portanto, a aresta do cubo maior será $6 \text{ cm}.$
Considerando a área lateral da figura igual a área lateral do cubo, temos:
$A_L = 4 \cdot 6^2 = 144 \text{ cm}^2.$

Resposta da questão 8:
ANULADA

Gabarito Oficial: [E]
Gabarito SuperPro®: ANULADA

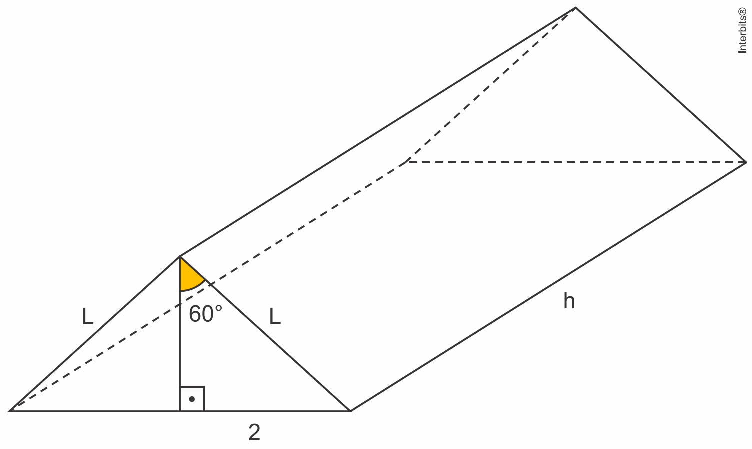
Seja $A'C'D'E'$ a face oposta à face $ACDE.$ Considerando o triângulo isósceles $A'E'F,$ pela Lei dos Cossenos, vem

$$\begin{aligned}\overline{E'F}^2 &= \overline{A'E'}^2 + \overline{A'F}^2 - 2 \cdot \overline{A'E'} \cdot \overline{A'F} \cdot \cos E\hat{A'}F \Leftrightarrow \\ \overline{E'F}^2 &= x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 150^\circ \Leftrightarrow \\ \overline{E'F}^2 &= x^2(2+\sqrt{3}).\end{aligned}$$

Portanto, pelo Teorema de Pitágoras aplicado no triângulo $FE'E,$ temos

$$\begin{aligned}\overline{FE}^2 = \overline{E'F}^2 + \overline{E'E}^2 &\Leftrightarrow \overline{FE}^2 = x^2(2+\sqrt{3}) + (2x)^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{FE}^2 = x^2(6+\sqrt{3}) \\ &\Rightarrow \overline{FE} = x\sqrt{6+\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 9:



Prisma triangular

O toldo formará um prisma reto triangular. No triângulo da base do prisma, podemos escrever que:

$$\text{sen } 60° = \frac{2}{L} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{L} \Rightarrow L = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

Logo, a área do triângulo da base será dada por:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot L \cdot \text{sen } 120° = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ m}^2$$

O volume do prisma será dado por:

$$A_{\Delta} \cdot h = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot h = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3} \Rightarrow h = 5 \text{ m}$$

Portanto, a área total do toldo será a soma das áreas dos dois triângulos e dos dois retângulos.

$$A_T = 2 \cdot A_{\Delta} + 2 \cdot A_{\square}$$

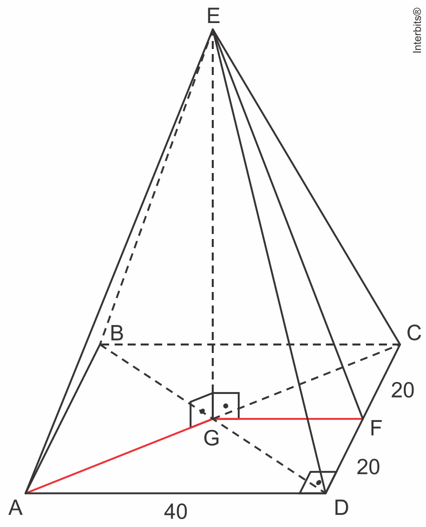
$$A_T = 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} + 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 5$$

$$A_T = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

$$A_T = 16 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2$$

Resposta da questão 10:
[D]

Do enunciado e da figura, temos:



G é ponto de encontro das diagonais do quadrado $ABCD$, pois $EABCD$ é uma pirâmide quadrangular regular. O comprimento de R é dado por $AG + GF$, pois $\overline{AG}$ é a projeção perpendicular de $\overline{AE}$ sobre $ABCD$ e $\overline{GF}$ é a projeção perpendicular de $\overline{EF}$ sobre $ABCD$.

Note que $AG = \frac{1}{2}AC$ e $GF = \frac{1}{2}AD$.

No triângulo ACD,

$$(AC)^2 = 40^2 + 40^2$$
$$(2AG)^2 = 2 \cdot 40^2$$
$$4(AG)^2 = 2 \cdot 40^2$$

Como $AG > 0$,

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{(AG)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{40^2}$$
$$2AG = 40\sqrt{2}$$
$$AG = 20\sqrt{2}\text{ cm}$$

Como $AD = 40\text{ cm}$,

$$GF = \frac{1}{2} \cdot 40$$
$$GF = 20\text{ cm}$$

Assim,

$$AG + GF = \left(20\sqrt{2} + 20\right)\text{ cm}$$
$$AG + GF = 20\left(1 + \sqrt{2}\right)\text{ cm}$$